Для билета

Вариант задания 2

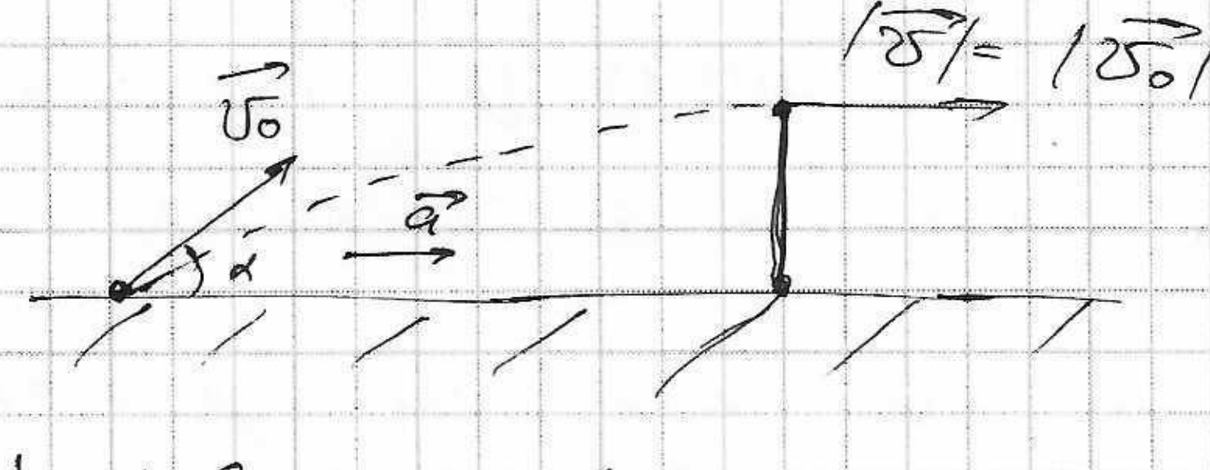
Задача 1

Дано:

$t = 0{,}8\ с$

$L = 6{,}4\ м$

$g = 10\ м/с^2$



1) Рассмотрим уст. дв-е по ох и по оу:

ox: $v_0 \cdot \cos\alpha + at = v_0 \mid \cdot t$

$v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + \frac{at^2}{2} = L$

oy: $v_0 \cdot \sin\alpha - gt = 0$

$\Rightarrow \frac{2(v_0 t - L)}{t^2} = 2{,}5\ м/с^2$

$\left(1 - \frac{at}{v_0}\right)^2 + \left(\frac{gt}{v_0}\right)^2 = 1$

$1 - \frac{2at}{v_0} + \frac{a^2t^2}{v_0^2} + \frac{g^2t^2}{v_0^2} = 1$

$1 - \frac{2a}{v_0} + \frac{a^2t}{v_0^2} + \frac{g^2t}{v_0^2} = 1$

$\frac{2a}{v_0} = \frac{a^2t}{v_0^2} + \frac{g^2t}{v_0^2}$

$2a = \frac{a^2t}{v_0} + \frac{g^2t}{v_0}$

$a^2t - 2av_0 + \frac{g^2t}{v_0} = 0$

2) (1) $\frac{at^2}{2} = v_0 t - L$

$a^2t - 2av_0 + \frac{g^2t^2}{v_0} = 0$

$at = v_0(1 - \cos\alpha)$

$at - 2v_0 + \frac{g^2t^2}{v_0} = 0$

$1 - \cos\alpha$

$\begin{cases} (2)\ \frac{at^2}{2} - v_0 t + \frac{g^2t^3}{2v_0} = 0 \\ (1)\ \frac{at^2}{2} - v_0 t + L = 0 \end{cases}$

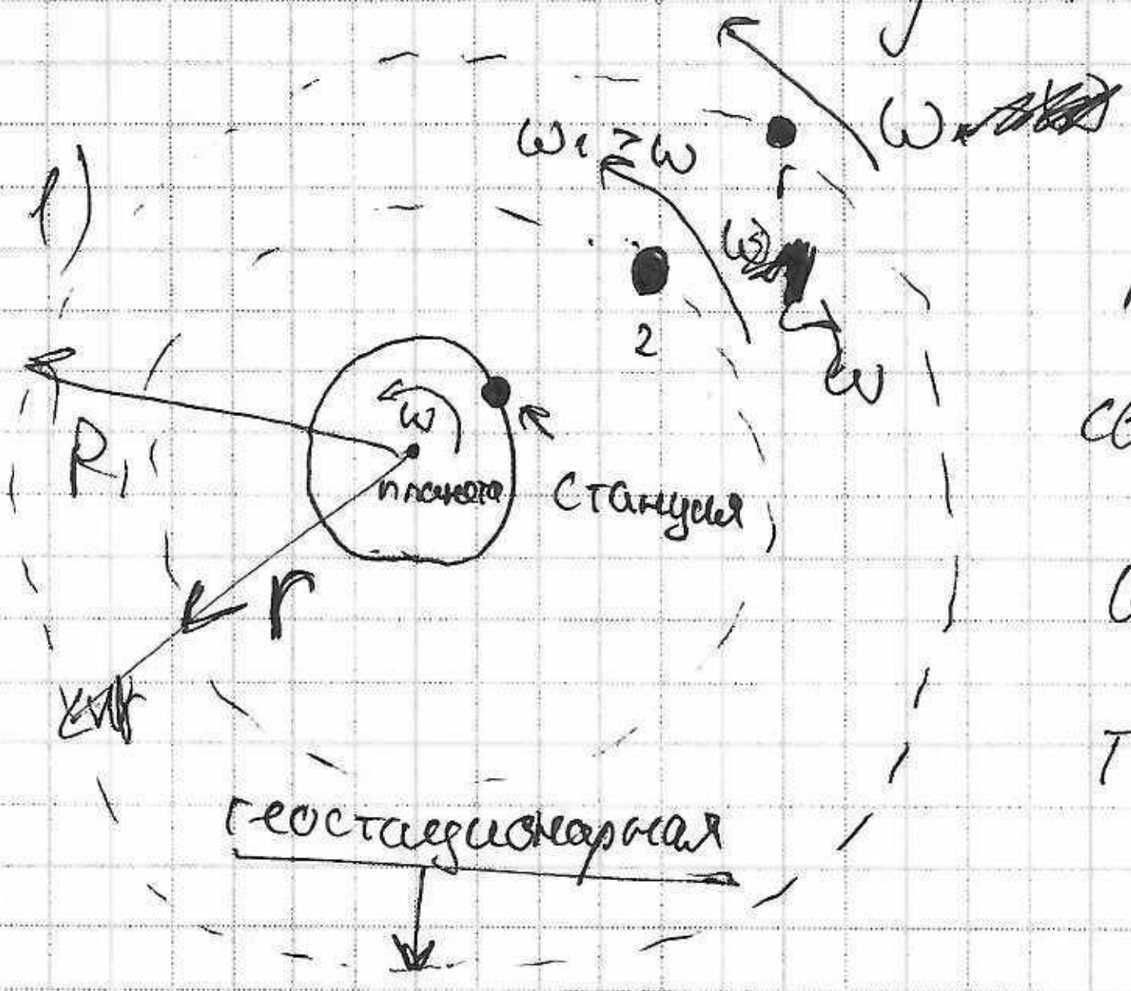
$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{v_0 - at}{v_0} \\ \sin\alpha = \frac{gt}{v_0} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$

3) $\frac{g^2t^2}{2v_0} = L$

$v_0 = \frac{g^2t^2}{2L} = 5\ м/с$

Задача 2.

1)



Планета вращ. вокруг своей оси с угл. скоростью

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$T = 24$ ч. $= 86400$ с.

2) перейдем во вращ. с.о. центра планеты:

в этой С.О. станция и геоцентр. спутник стоят, а второй дв-ся со $\overset{\text{угл.}}{\text{v}}$ск-тью $\omega' = \omega_1 - \omega$

При этом так как он пролетает над станцией 2 раза в день в 1 время, то

$$\frac{4\pi}{\omega_1 - \omega} = T \Rightarrow \frac{4\pi}{T} = \omega_1 - \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_1 = \frac{6\pi}{T}$$

3) 2 З.Н. на спутник 2 и тел

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega_1^2 r$$

$$\omega_1^2 = \frac{GM}{r^3} \Rightarrow \frac{36\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}.$$

Аналогично для геоцентрич.

$$\omega^2 = \frac{GM}{R^3} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}$$

4) минимальное расстояние это $d = R - r$

olymp.bmstu.ru

5) $\frac{36\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}$

$\frac{\cancel{4}\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{R^3}$

$g = \left(\frac{R}{r}\right)^3$

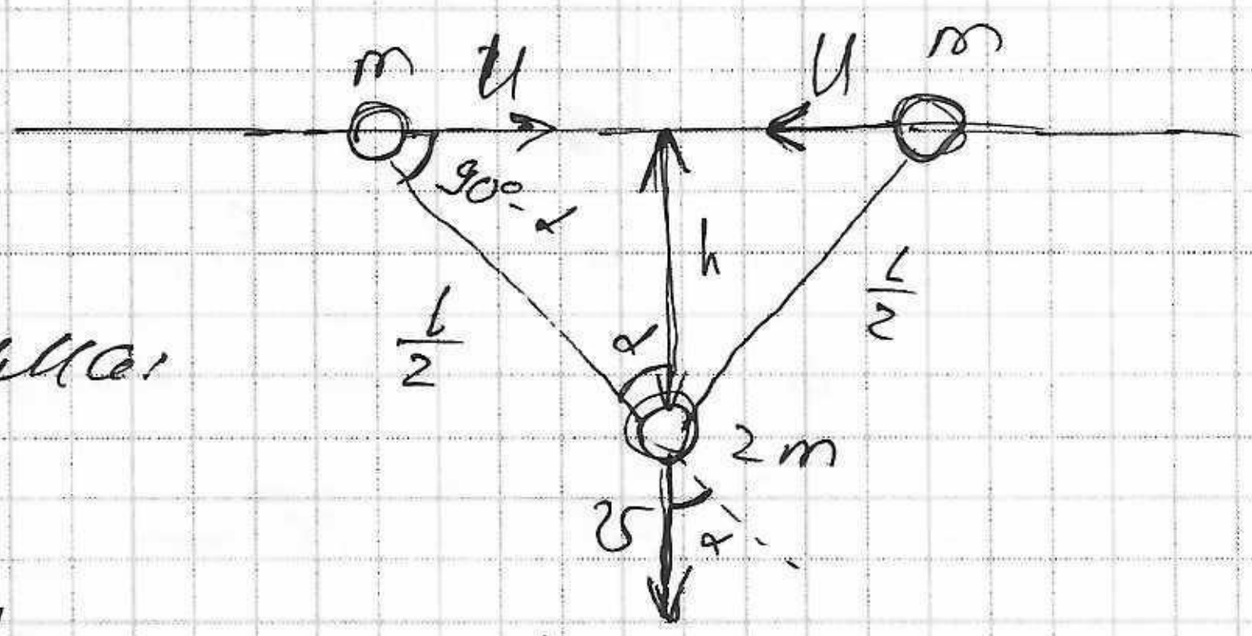
$\cancel{r\sqrt[3]{g}}\ R = r\sqrt[3]{g}$

6) $d = R - r = \cancel{R}\ r\sqrt[3]{g} - r = r\cdot(\sqrt[3]{g} - 1)$

$d = 1{,}08\,r$

Ответ: 1,08 r.

Задача 6.



1) Проекция ск-ей бусинок на нить равны, т.к. она нерастяжима:

$u\cdot\sin\alpha = v\cdot\cos\alpha$

$u = v\cdot\operatorname{ctg}\alpha = v\cdot\frac{h}{\sqrt{h^2 - \frac{l^2}{4}}} = v\cdot\frac{2h}{\sqrt{4h^2 - l^2}}$

$\frac{l^2}{4} - h^2 \to \sqrt{l^2 - 4h^2}$

2) ЗСЭ ($A_N = 0$, т.к. $N \perp v$, T – вспомогат. сила):

$\frac{2mu^2}{2} + \frac{2mv^2}{2} = 2mgh \Rightarrow v^2\frac{4h^2}{(-4h^2 + l^2)} + v^2 = 2gh$

$$v^2\left(\frac{4h^2}{-4h^2+l^2}+1\right)=2gh$$

$$v^2\cdot\frac{4h^2-4h^2+l^2}{l^2-4h^2}=2gh$$

$$v^2\cdot\frac{8h^2+0^2}{4h^2+l^2}=2gh$$

$$v^2=\frac{8h^2+2l^2}{8h^2+l^2}$$

$$v^2=\sqrt{2gh\left(1-\frac{4h^2}{l^2}\right)}=\boxed{2{,}4\ м/с}$$

$$v=\sqrt{2gh\cdot\frac{4h^2+l^2}{8h^2+l^2}}=2{,}64\ м/с$$

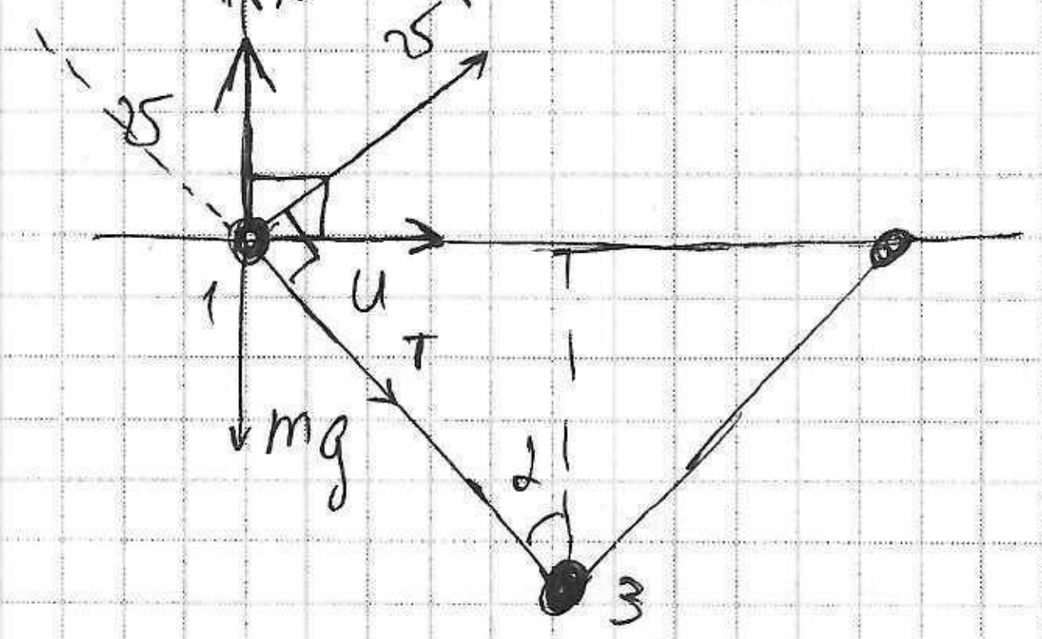
$$u=\sqrt{v^2\frac{4h^2}{(-4h^2+l^2)}}=\sqrt{2gh\cdot\frac{8h^2+l^2}{8h^2+l^2}\cdot\frac{4h^2}{4h^2+l^2}}=\sqrt{2gh\cdot}$$

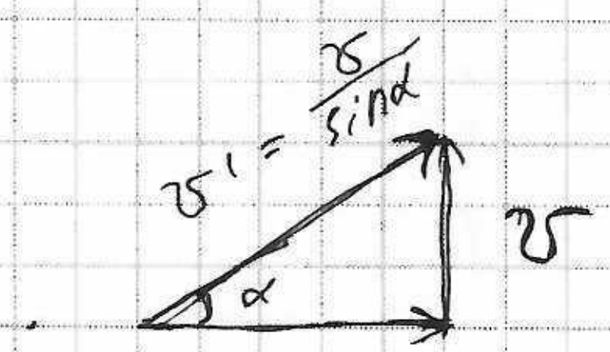
$$u=\sqrt{v^2\cdot\frac{4h^2}{l^2-4h^2}}=\sqrt{2gh\cdot\frac{4h^2}{l^2}}$$

$$u=\sqrt{2gh\cdot\frac{4h^2}{8h^2+l^2}}=1{,}36\ м/с$$

$$u=\frac{2h}{l}\cdot\sqrt{2gh}=\boxed{1{,}8\ м/с}$$

3) Перейду в С.О., двиг-ся с $\vec{u}$ ↓





$u = v\cdot ctg\alpha$ ↑

Определю v' из этого значка

В этой ИСО ш. 1 движ-ся по окр., т.к. ш. 3 стоит а расстояние $\frac{L}{2}$ несущ.

Значит $\vec{v}' = \vec{u} - \vec{v}$ ⇒ 1 шарик т.е. $a_n = \frac{v'^2}{l/2}$

$$m\frac{v'^2}{l/2}=2$$ з.н. на ОУ в ЛСО (шарик 1):

$$N - mg - T\cdot\cos\alpha = 0$$

2 з.н. для шара 1 в СО $\vec{v}$: по оси ОХ

$$m\frac{v'^2}{l/2} = T + mg\cos\alpha - mg\cos\alpha - T\cdot\cos^2\alpha = T\cdot\sin^2\alpha$$

olymp.bmstu.ru

$$\frac{2m}{l}\cdot\frac{v^2}{\sin^2\alpha} = T\cdot\sin^2\alpha \qquad \frac{1}{\sin^4\alpha} =$$

$$T = \frac{2mv^2}{l}\cdot\frac{1}{\sin^4\alpha} = \left(\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{h^2+\frac{l^2}{4}}}\right)^4\cdot\frac{2mv^2}{l} =$$

$$= \frac{2mv^2}{l}$$

$$\frac{1}{\sin^4\alpha} = \left(\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\frac{l^2}{4}-h^2}}\right)^4 = \left(\frac{l^2}{l^2-4h^2}\right)^2$$

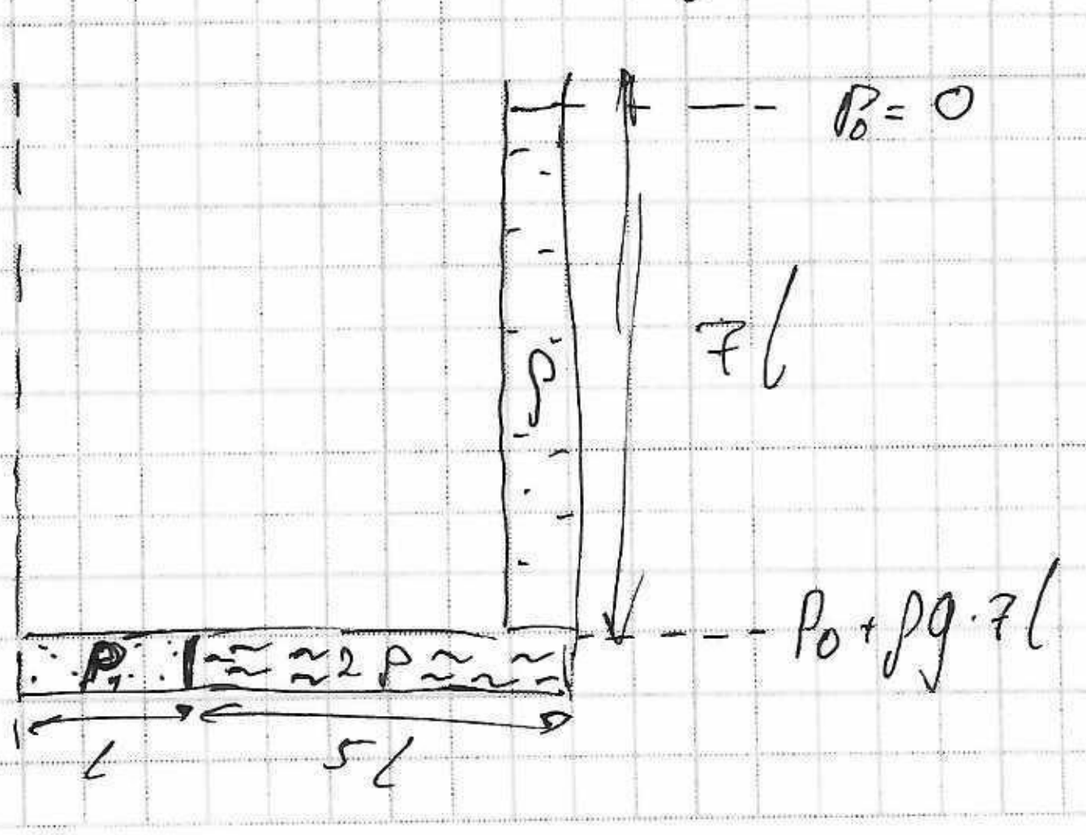
$$T = \frac{2mv^2}{l}\cdot\frac{1}{\sin^4\alpha}$$

$$T = \frac{2mv^2}{l}\cdot\left(\frac{l^2}{l^2-4h^2}\right)^2 = \boxed{1{,}884\ \text{Н}}$$

Ответ: 2,4 м/с; 1,8 м/с; 1,884

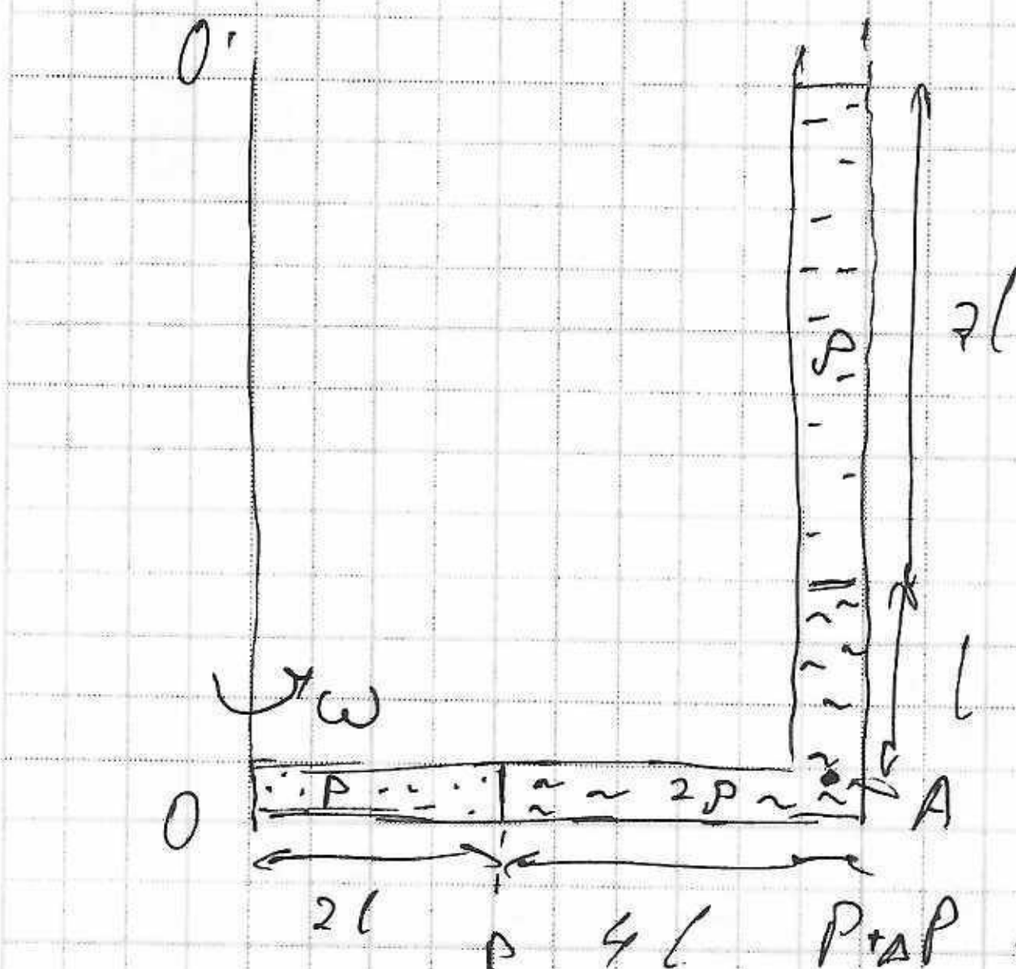
Задача 5.

1)



P_1 - давление газа снизу

$$\boxed{P_1 = 7\rho g l}$$



2) $P \cdot 2l \cdot S = P_1 \cdot l \cdot S$ - Б.М.

$P = \frac{P_1}{2} = \frac{3}{2}\rho g l$ - давление воздуха у дна

3) рассм. маленький кусок жидкости в горизонт. трубке:

2 З.М.:

$(P+dP)S - P \cdot S = m\omega^2 r$

$dP \cdot S = 2\rho dr \cdot S \omega^2 \cdot r$

$\underline{dP = 2\rho\omega^2 r\, dr}$

Получается в горизонт. части сосуда давление растет слева направо по з-ну

$$\Delta P = \int_{2l}^{6l} 2\rho\omega^2 r\, dr = 2\rho\omega^2 \cdot \int_{2l}^{6l} r\, dr = 2\rho\omega^2 \cdot \left.\frac{r^2}{2}\right|_{2l}^{6l} =$$

$$= \underline{\underline{32\rho\omega^2 l^2}}$$

$$P_A = P + \Delta P = 3\rho g l + 32\rho\omega^2 l^2$$

$$3{,}5\rho g l + 32\rho\omega^2 l^2 = 9\rho g l$$

$$32\omega^2 l = 5{,}5\, g$$

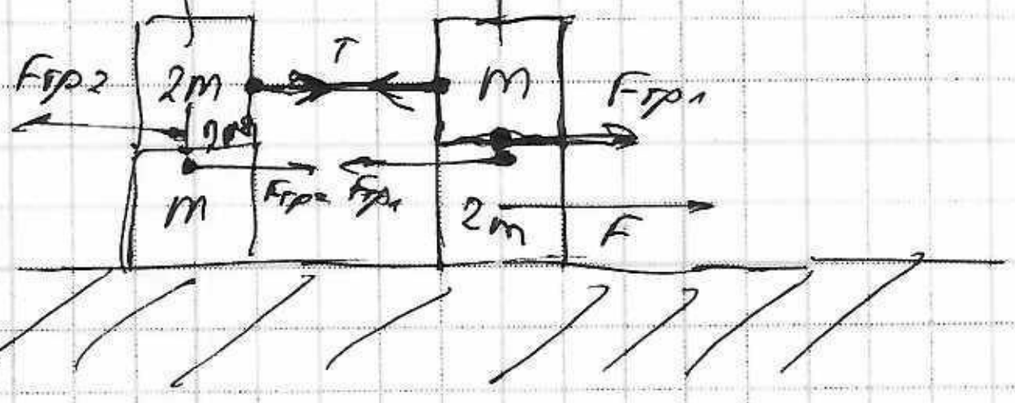
$$\omega = \sqrt{\frac{11g}{64l}}$$

$$\boxed{\omega = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{11g}{l}}}$$ - ответ.

olymp.bmstu.ru

Задача 3

1) Запишу 2 з-на Ньютона на все кубики, пусть пока система не разрушается они дв-ся на единое целое $\Rightarrow$ $a = \frac{F}{6m}$.



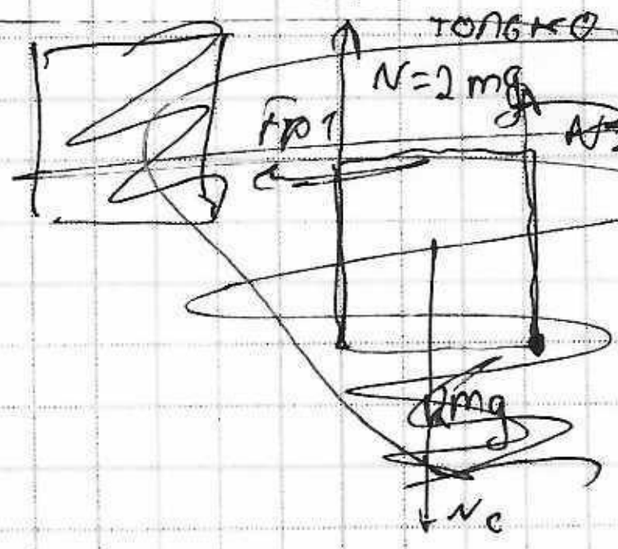
$$F - F_{тр1} = \frac{F}{6m} \cdot 2m \Rightarrow F_{тр1} = \frac{2F}{3} \le \mu N = \mu mg$$

$$F_{тр1} - T = \frac{F}{6m} \cdot m \Rightarrow T = F_{тр1} - \frac{F}{6} = \frac{F}{2} \quad \frac{F}{2} \le T_0$$

$$T - F_{тр2} = 2m \cdot \frac{F}{6m} \Rightarrow F_{тр2} = T - \frac{F}{3} = \frac{F}{6} \Rightarrow \frac{F}{6} < 2\mu mg$$

2) Проверю когда нарушится правило моментов, при усл-ии, что все остальное не нарушено.

Если вдруг окажется, что какое-то условие я нарушен. нарушено, то это не первое условие полоски (т.к. крайний случай для нарушения усл. моментов, когда вся N на одной ножке, дальше все силы будут только увеличивать момент (N от ближнего края например)

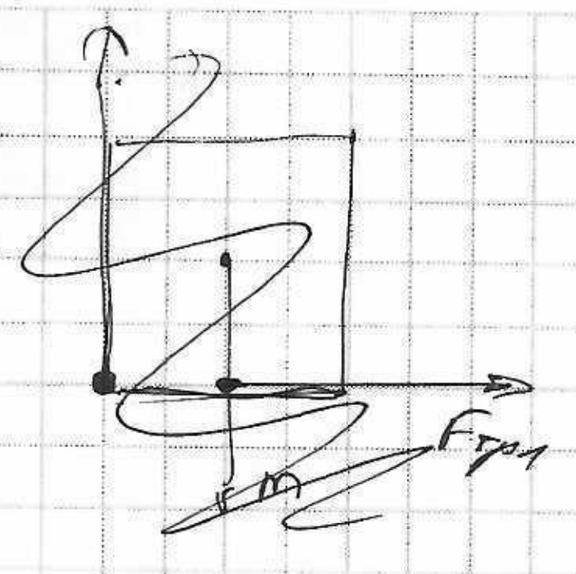


$F_{тр1} \le 2mg = \mu mg$

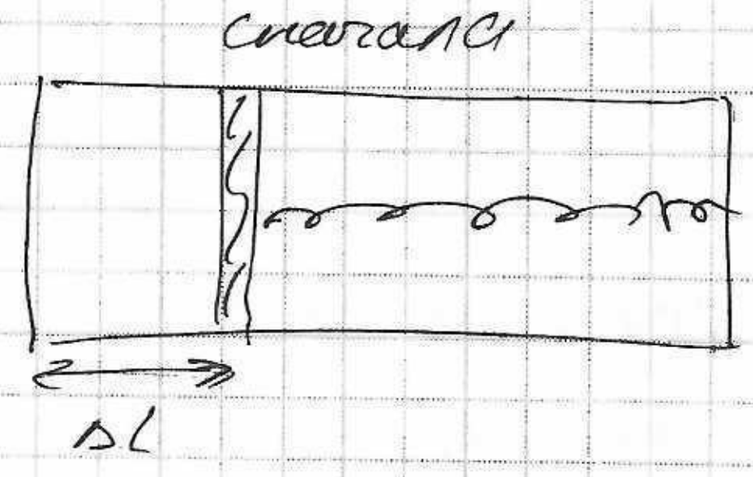
$F \le \frac{3}{2} \mu mg = 15\,Н$ при $t = 14c$

$F \le 2T_0 = 20\,Н$

$F \le 12\mu mg = 120\,Н$ Ответ: 14 с.



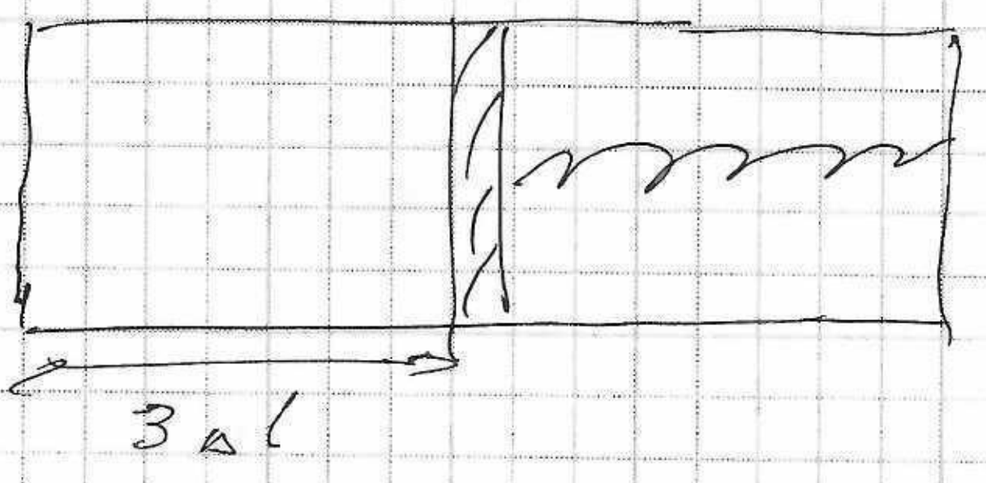
Задача 4



$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{k\Delta l}{S} \\ V &= S\cdot\Delta l \end{aligned}\right\} \Rightarrow pV = k\Delta l^2$$

$$U_1 = \frac{3}{2}k\Delta l^2 = \frac{3}{2}pV$$

2)



$$Q = A + \Delta U - 1\text{ Н. Т.}$$

$$A = Q - (U_2 - U_1)$$

A – работа газа

ΔU – изм-е эн-ии газа

$$pV = 9k\Delta l^2 \Rightarrow U_2 = \frac{27}{2}k\Delta l^2$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{24}{2}k\Delta l^2$$

3) $A_{\text{В}} = -A_{F_{упр}} = \Delta W_{F_{упр}} = \frac{k(3\Delta l)^2}{2} - \frac{k\Delta l^2}{2} = 4k\Delta l^2$

4) $\frac{\Delta U}{A} = \frac{12k\Delta l^2}{4k\Delta l^2} = 3 \Rightarrow \Delta U = 3A$

5) $Q = A + \Delta U \Rightarrow Q = A + 3A$

$Q = 4A$

$A = \frac{Q}{4} = \boxed{3kQ}$ — ответ.

olymp.bmstu.ru